

Coordenadas de Jacobi aplicadas a Halos nucleares

Román Picó

Universidad Nacional de Rosario

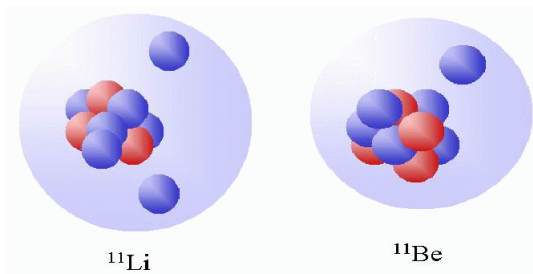
Introducción a la Física Nuclear

04/12/18

- 1 Introducción
 - Definición
 - Nucleidos Conocidos
- 2 Marco Teórico
 - Coordenadas de Jacobi
 - Hamiltoniano
 - Potenciales
- 3 Metodo Numerico y Resultados
- 4 Resultados
- 5 Conclusiones

Núcleo atómico + Halo de nucleones

Núcleo atómico + Halo de nucleones
=
Halo Nucleus

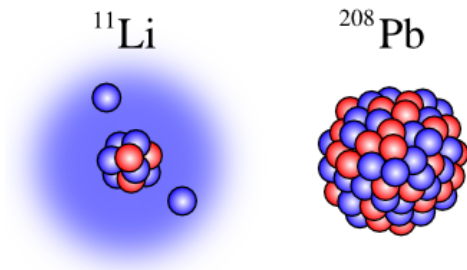


- Radio Nuclear $>$ predicho por el modelo de la gota líquida.

- Radio Nuclear $>$ predicho por el modelo de la gota líquida.
- Detectado generalmente en experimentos de Scattering.[1]

Halo Nuclear

- Radio Nuclear $>$ predicho por el modelo de la gota líquida.
- Detectado generalmente en experimentos de Scattering.[1]
- Se encuentran en las drip lines, y viven poco tiempo.



Nucleidos con halo

Numero Atomico	Nombre	Isotopo con Halo	Composicion Halo	Vida media (ms)
2	Helio	Helio-6 Helio 8	2 neutrones 4 neutrones	801(10) 119.1(12)
3	Litio	Litio-11	2 neutrones	8.75(14)
4	Berilio	Berilio-11 Berilio-14	1 neutron 4 neutrones	13810(80) 4.35(17)
5	Boro	Boro-8 Boro-17 Boro-19	1 proton 2 neutrones 4 neutrones	770(3) 5.08(5) 2.92(13)
6	Carbono	Carbono-19 Carbono-22	1 neutron 2 neutrones	49(4) 6.1+1.4 -1.2
10	Neon	Neon-17	2 protones	109.2(6)
15	Fosforo	Fosforo-26	1 proton	43.7(6)
16	Azufre	Azufre-27	2 protones	15.5(1)

Tabla obtenida de [2]

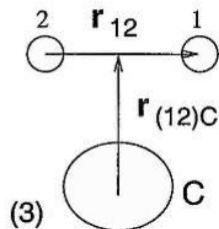
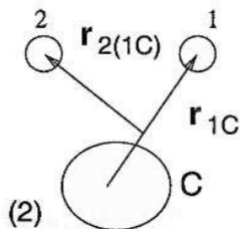
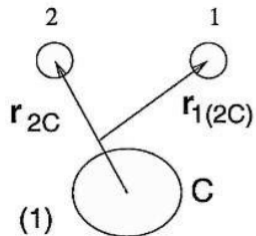
Entre los métodos[1] disponibles para few body systems:

- Aproximación de Faddeev.
- Armónicos Hiperesféricos (utilizando coordenadas de Jacobi).
- Método variacional utilizando base del oscilador armónico.
- Orbital Cluster Shell model.

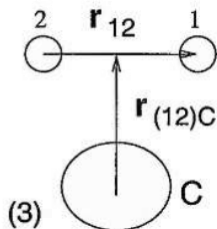
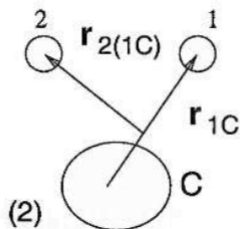
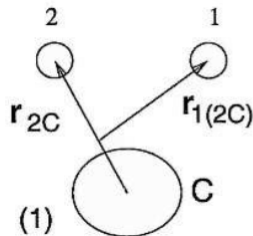
Entre los métodos[1] disponibles para few body systems:

- Aproximación de Faddeev.
- **Armónicos Hiperesféricos (utilizando coordenadas de Jacobi).**
- Metodo variacional utilizando base del oscilador armónico.
- Orbital Cluster Shell model.

Coordenadas de Jacobi



Coordenadas de Jacobi



Utilizamos la tercer configuración[3] (Configuración **T**)

$$\begin{cases} r_{12} = r_1 - r_2 \\ r_{(12)C} = \frac{A_1 r_1 + A_2 r_2}{A_1 + A_2} - r_C \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \sqrt{\frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}} r_{12} \\ y = \sqrt{\frac{(A_1 + A_2) A_C}{A_1 + A_2 + A_C}} r_{(12)C} \end{cases}$$

Utilizando las coordenadas de jacobi normalizadas, \hat{H} es

Utilizando las coordenadas de jacobi normalizadas, \hat{H} es

$$\hat{H} = \hat{T}_x + \hat{T}_y + \hat{h}_c + \hat{V}$$

Utilizando las coordenadas de jacobí normalizadas, \hat{H} es

$$\hat{H} = \hat{T}_x + \hat{T}_y + \hat{h}_c + \hat{V}$$

Con

- \hat{T}_x y \hat{T}_y Energía cinética del movimiento relativo,
- $\hat{h}_c(\xi)$ Hamiltoniano del núcleo
- $\hat{V} = V_{nc}(r_{1C}, \xi) + V_{nc}(r_{2C}, \xi) + V_{nn}(x, s_x, l_x)$

ξ Representa las coordenadas internas del núcleo, y r_{1C} y r_{2C} los vectores posición neutrón-núcleo.

Expansión hiperesférica

Si queremos resolver $H\Psi = E\Psi$, la función de onda será:

Expansión hiperesférica

Si queremos resolver $H\Psi = E\Psi$, la función de onda será:

$$\Psi^{JM}(x, y, \xi) = \phi_{core}(\xi)\Psi(x, y)$$

Expansión hiperesférica

Si queremos resolver $H\Psi = E\Psi$, la función de onda será:

$$\Psi^{JM}(x, y, \xi) = \phi_{core}(\xi)\Psi(x, y)$$

Podemos expandir $\Psi(x, y)$ en armónicos Hiperesféricos. Para ello hacemos el cambio de variable

$$\begin{cases} \rho^2 = x^2 + y^2 \\ \theta = \text{atan}\left(\frac{x}{y}\right) \end{cases}$$

La expansión queda entonces[3]

Expansión hiperesférica

Si queremos resolver $H\Psi = E\Psi$, la función de onda será:

$$\Psi^{JM}(x, y, \xi) = \phi_{core}(\xi)\Psi(x, y)$$

Podemos expandir $\Psi(x, y)$ en armónicos Hiperesféricos. Para ello hacemos el cambio de variable

$$\begin{cases} \rho^2 = x^2 + y^2 \\ \theta = \text{atan}\left(\frac{x}{y}\right) \end{cases}$$

La expansión queda entonces[3]

$$\Psi(x, y) = \psi_{l_x l_y}^{JM}(\rho, \theta) = \rho^{\frac{5}{2}} \sum_K \chi_{K l_x l_y}^J(\rho) \phi_K^{l_x l_y}(\theta)$$

Con $K = l_x + l_y + 2n$ El número cuántico hiperangular de momento y $n = 0, 1, 2, \dots$

Con

$$\phi_K^{l_x l_y}(\theta) = N_K^{l_x l_y} \sin(\theta)^{l_x} \cos(\theta)^{l_y} P_n^{l_x + \frac{1}{2}, l_y + \frac{1}{2}}(\cos(2\theta))$$

Remplazamos la expansión en $H\Psi = E\Psi$ se puede obtener[3]

$$\psi_{Kn}^{l_x l_y}(\rho, \theta) = R_n(\rho) \phi_K^{l_x l_y}(\theta)$$

donde

$$R_n(\rho) = \frac{\rho^{\frac{5}{2}}}{\rho_0^3} \frac{n!}{(n+5)!} L_n^5\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) e^{-\frac{\rho}{\rho_0}}$$

- Núcleo \implies Asumimos modelo rotacional, con núcleo deformado Axialmente.
- Expandimos el radio del núcleo en armónicos esféricos.

$$R = R_0[1 + \beta_2 Y_{20}(\theta', \phi')]$$

- Usamos Wood-Saxon deformado y Spin-orbit [4].

$$V_{core-n1}(r_{core-n}, \vec{\xi}) = \frac{-V_0}{[1 + \exp(\frac{r_{core-n} - R(\theta, \phi)}{a})]} + \frac{-\hbar^2}{m^2 c^2} (2l \cdot s) \frac{V_{s.o}}{4r_{core-n}} \frac{d}{dr_{core-n}} [1 + \exp(\frac{r_{core-n} - R(\theta, \phi)}{a})]^{-1}$$

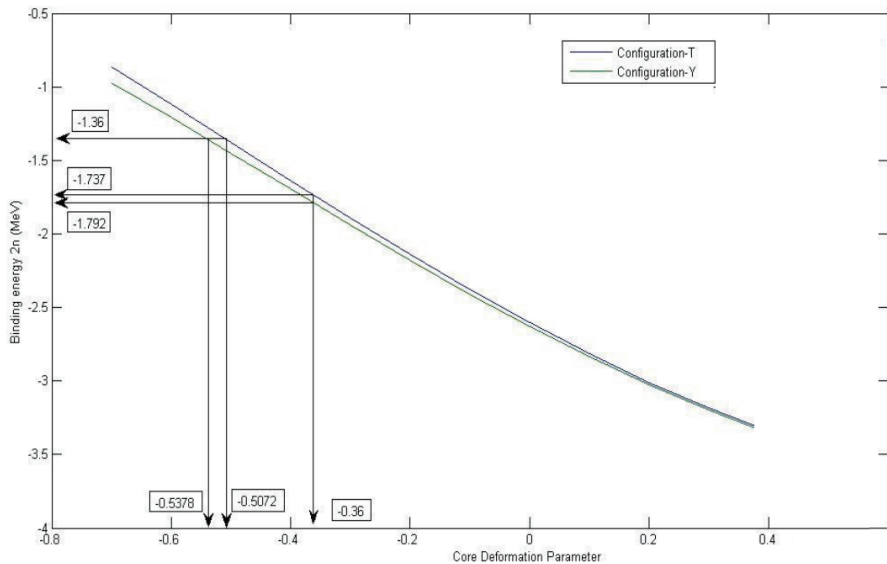
$$V_{n-n}(r_{n-n}) = \frac{-\hbar^2}{m^2 c^2} (2l \cdot s) \frac{V_{s.o}}{4r_{core-n}} \frac{d}{dr_{core-n}} [1 + \exp(\frac{r_{core-n} - R(\theta, \phi)}{a})]^{-1}$$

- El Hamiltoniano \hat{H} total se puede utilizar para calcular la Binding Energy $2n$, y el Radio del Núcleo con Halo.
- Los cálculos se realizaron en Matlab.
- Se presentan resultados asociados al $^{22}\text{C}[4]$ y al $^{11}\text{Li}[5]$

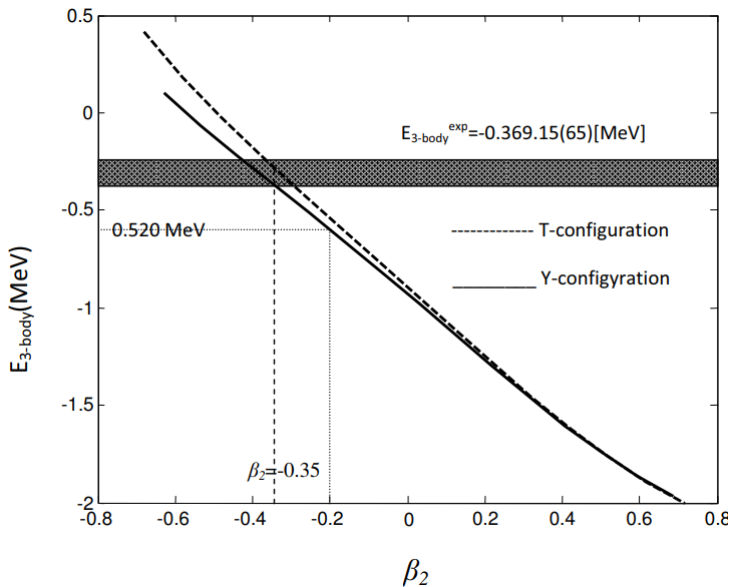
r_0	a	$a_{s.0}$	V_0	$V_{s.0}$
(fm)	(fm)	(fm)	(MeV)	(MeV)
1.25	0.65	0.65	-74	-7.5

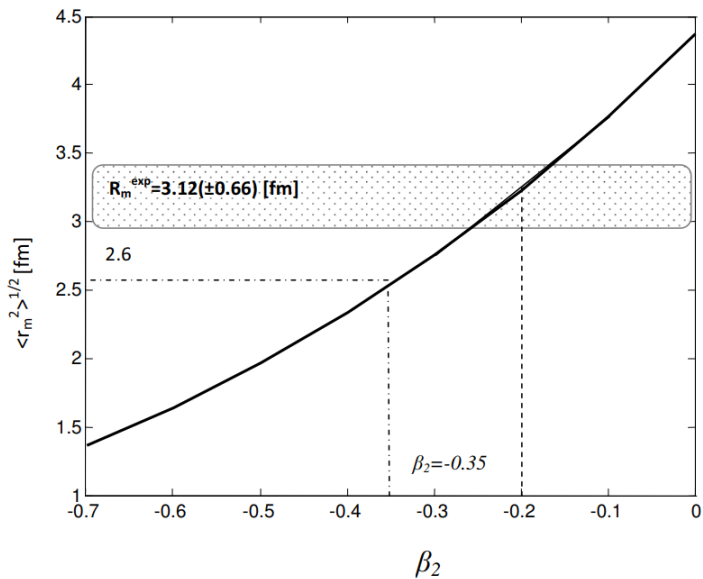
Núcleo	Deformación Núcleo	Binding Energy (MeV)	Radio(fm)
22 C	-0,36(Experimental)	-1,737 (T)	7,011
		-1,792 (Y)	7,011
	-0,5072 (T) (Teórico)	-1,360 (Experimental)	6,547
	-0,5378 (Y) (Teórico)		6,451
			6,300 (Experimental)

$^{22}\text{Carbono}$



Núcleo	Deformación Núcleo	Binding Energy (KeV)	Radio(fm)
11 Li	-0,2(Experimental)	-520(Teórico)	3.25(Teórico)
	-0,35(Teórico)	-369(Experimental)	2.6 (Teórico)
			3.12 (Experimental)





- Los valores de Radio para ^{22}C ($7,011 \text{ fm}$) y ^{11}Li (3.25 fm) son mucho mayores a los correspondientes por el modelo de la gota líquida.
- El metodo de Expansión Hiperesférica estima aproximadamente bien los valores de radio, no tan asi los valores de Binding Energy $2n$.
- La deformación Axial es esencial para capturar la relación entre el Núcleo y los neutrones de valencia.

-  A. S. Jensen, K. Riisager, D. V. Fedorov, and E. Garrido Rev. Mod. Phys. 76, 215 Published 5 February 2004
-  U.S. National Nuclear Data Center. "NuDat 2.6". Retrieved 2 December 2018
-  Tarutina, T y Thompson, Ian y Tostevin, Jeffrey. (2004). Study of ^{14}Be with core excitation. Nuclear Physics A - NUCL PHYS A. 733. 53-66. 10.1016/j.nuclphysa.2003.12.003.
-  Fitri Hakeem M. Salih, Shahidan Radiman, and Khoo Kok Siong. Structure study of two-neutron halo nuclei, ^{22}C using three-body model. AIP Conference Proceedings 1799, 040009 (2017); doi: 10.1063/1.4972933
-  Hwash, Waleed, Yahaya, Redzuwan, Radiman, Shahidan y Ismail, Aznan Fazli. (2012). Structure of two-neutron halo nuclei, ^{11}Li . International Journal of Modern Physics E. 20. 10.1142/S0218301312500668.
-